PITAGORAS ACADEMIA

ÁLGEBRA

Profesor
Freddy Ávalos C

VALOR ABSOLUTO

TEOREMAS – ECUACIONES E INECUACIONES

VALOR ABSOLUTO

DEFINICION *Siendo x un número real, el valor absoluto se define*

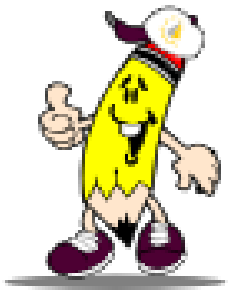
$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Ejemplo:

- $|5| = 5$
- $|0| = 0$
- $|-2| = -(-2) = 2$
- $|-\sqrt{7}| = -(-\sqrt{7}) = \sqrt{7}$

$\underbrace{|x|}_{\text{positivo}} = x$ En forma práctica, las barras se eliminan.

$\underbrace{|x|}_{\text{negativo}} = -x$ En forma práctica, le cambiamos de signo.



VALOR ABSOLUTO

TEOREMAS

Sean x, y números reales:

1. $|x| \geq 0\ ;\ \forall x \in \mathbb{R}$

Ejemplos

- $|2x + 5| \geq 0\ ;\ \forall x \in \mathbb{R}$
- $|4 - x| \geq 0\ ;\ \forall x \in \mathbb{R}$

2. $|-x| = |x|$

Ejemplos

- $|-6| = |6|$
- $|3 - x| = |-(x - 3)| = |x - 3|$

Consecuencia: $|a - b| = |b - a|$

- $|2 - 5x| = |5x - 2|$

3. $|xy| = |x|\,|y|$

Ejemplos

- $|-5x| = |-5|\,.\,|x| = 5\,|x|$
- $|8x - 12| = |4\,(2x - 3)| = 4|2x - 3|$

4. $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}\ ;\ y \neq 0$

VALOR ABSOLUTO

Ejemplos

- $\left|\dfrac{-3}{x-6}\right| = \dfrac{|-3|}{|x-6|} = \dfrac{3}{|x-6|}$
- $\dfrac{|4x+1|}{|5x-3|} = \left|\dfrac{4x+1}{5x-3}\right|$

5. $\boxed{|x|^2 = |x^2| = x^2}$

Ejemplos

- $|x-6|^2 = (x-6)^2$
- $(7x-3)^2 = |7x-3|^2$

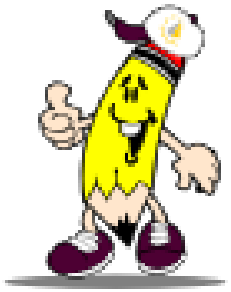
6. $\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$

Ejemplos

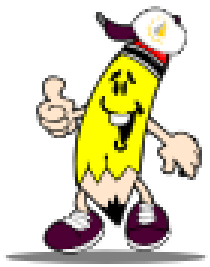
- $\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$
- $\sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$

En general: $\boxed{\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|}$

- $\sqrt[4]{(x-7)^4} = |x-7|$



ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO



Son ecuaciones en donde la incógnita se encuentra afectada por el valor absoluto.

Ejemplos

- $|2x-3| = 5$
- $|x-2| = |2x+1|$
- $|x+3| = 2x+5$
- $|6-x| + |x-2| = 10$

Teorema 1

$$|x| = a \leftrightarrow \{a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)\}$$

Ejercicios

Resolver

$$|3x-7| = 5$$

Resolución

Tenemos: $|3x-7| = 5$

$$\rightarrow \quad 3x-7 = 5 \quad \vee \quad 3x-7 = -5$$

$$\rightarrow \quad x = 4 \quad \vee \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{CS} = \left\{4; \frac{2}{3}\right\}$$

VALOR ABSOLUTO

Resolver

$$|x+2| = 2x-3$$

Resolución

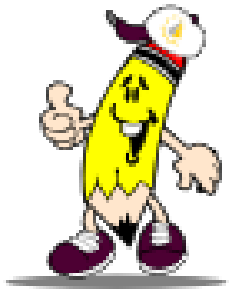
Tenemos:

$$|x+2| = 2x-3$$

$$\rightarrow \quad 2x-3 \geq 0 \quad \wedge \quad x+2 = 2x-3 \quad \vee \quad x+2 = -2x+3$$

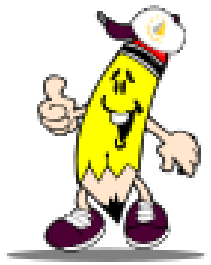
$$\rightarrow \quad x \geq \frac{3}{2} \quad \wedge \quad x = 5 \quad \vee \quad x = \frac{1}{3}$$ No cumple

$$\therefore \text{CS} = \{5\}$$



VALOR ABSOLUTO

Observación



Las siguientes ecuaciones:

- $|x| = -1$
- $|3x - 7| = -3$

son incompatibles y CS $= \emptyset$, pues $|x| \geq 0\ ;\ \forall\, x \in \mathbb{R}$

Teorema 2

$$|x| = |a| \leftrightarrow \{x = a \ \vee\ x = -a\}$$

Ejercicio

Resolver

$$|x^2 - 6x - 4| = |x + 4|$$

Resolución

Tenemos:

$$|x^2 - 6x - 4| = |x + 4|$$

$$\rightarrow\ x^2 - 6x - 4 = x + 4$$

$$\vee$$

$$x^2 - 6x - 4 = -x - 4$$

$$\rightarrow\ x^2 - 7x - 8 = 0 \ \vee\ x^2 - 5x = 0$$

$$\rightarrow\ (x+1)(x-8) = 0 \ \vee\ (x)(x-5) = 0$$

$$\rightarrow\ x = -1 \ \vee\ x = 8 \ \vee\ x = 0 \ \vee\ x = 5$$

$$\therefore\ \text{CS} = \{-1; 8; 0; 5\}$$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Son inecuaciones en donde la incógnita se encuentra afectada por el valor absoluto.

Ejemplos

- $|x-7| \leq 3$
- $|2x+1| > x+3$

Teorema 1

$$|x| < a \leftrightarrow \{a > 0 \wedge (-a < x < a)\}$$

$$|x| \leq a \leftrightarrow \{a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)\}$$

Ejercicios

Resolver

$$|2x-3| < 7$$

Resolución

Tenemos: $|2x-3| < 7$

$$\rightarrow \quad -7 < 2x-3 < 7$$

$$\rightarrow \quad -4 < 2x < 10$$

$$\rightarrow \quad -2 < x < 5$$

$$\therefore \text{CS} = \langle -2; 5 \rangle$$

VALOR ABSOLUTO

Resolver

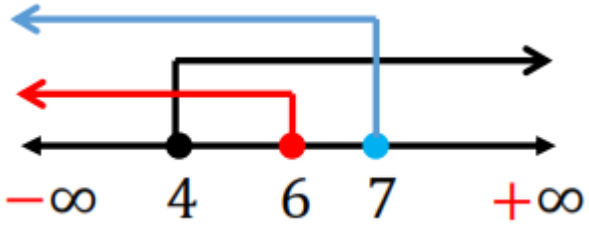
$$|2x - 11| \leq 7 - x$$

Resolución Aplicando el teorema:

$$\rightarrow \quad 7 - x \geq 0 \quad \wedge \quad -7 + x \leq 2x - 11 \leq 7 - x$$

$$\rightarrow \quad 7 \geq x \quad \wedge \quad -7 + x \leq 2x - 11 \quad \wedge \quad 2x - 11 \leq 7 - x$$

$$\rightarrow \quad 7 \geq x \qquad 4 \leq x \qquad x \leq 6$$



$$\therefore \text{CS} = [4; 6]$$

Teorema 2

$$|x| > a \leftrightarrow \{x > a \vee x < -a\}$$

$$|x| \geq a \leftrightarrow \{x \geq a \vee x \leq -a\}$$

Ejercicios

Resolver:

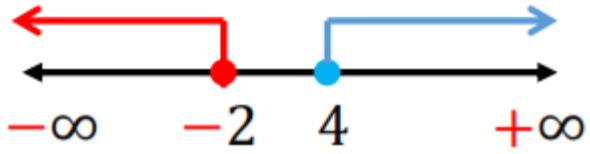
$$|2x - 5| \geq 7 - x$$

Resolución Aplicando el teorema:

$$\rightarrow \quad 2x - 5 \geq 7 - x \quad \vee \quad 2x - 5 \leq -7 + x$$

$$\rightarrow \quad 3x \geq 12 \quad \vee \quad x \leq -2$$

$$\rightarrow \quad x \geq 4$$



$$\therefore \text{CS} = \langle -\infty; -2] \cup [4; +\infty\rangle$$

VALOR ABSOLUTO

Teorema 3

$$|x| \lesseqgtr |y| \quad \leftrightarrow \quad (x+y)(x-y) \lesseqgtr 0$$

Mantener mismo símbolo

Ejercicios

Resolver:

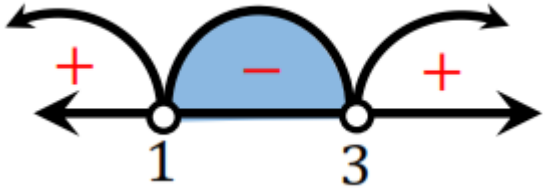
$$|2x-5| < |x-4|$$

Resolución

Aplicando el teorema:

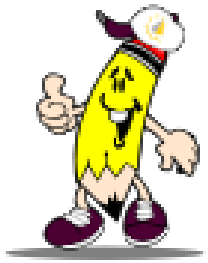
$$\rightarrow \ \big((2x-5)+(x-4)\big)\big((2x-5)-(x-4)\big) < 0$$

$$\rightarrow \ (3x-9)(x-1) < 0$$



$$\therefore \ CS = \langle 1; 3 \rangle$$

Observación



Hay inecuaciones sin solución

- $|x| < 0 \quad \rightarrow \quad CS = \emptyset$
- $|3x-2| \leq -5 \quad \rightarrow \quad CS = \emptyset$

Hay inecuaciones que siempre se cumplen

- $|5x-9| > -2 \quad \rightarrow \quad CS = \mathbb{R}$
- $|5x+3| \geq 0 \quad \rightarrow \quad CS = \mathbb{R}$

Teorema 4 (Desigualdad triangular)

Para todo $a; b$ números reales, se cumple:

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

VALOR ABSOLUTO

Ejercicios

Resolver

$$|2x-5| \leq |x-3| + |x-2|$$

Resolución

Tenemos: $\underbrace{|2x-5|}_{a+b} \leq \underbrace{|x-3|}_{a} + \underbrace{|x-2|}_{b}$

se cumple para todo x reales

$$\therefore \quad CS = \mathbb{R}$$

Corolario

$$|a+b| = |a| + |b| \quad \leftrightarrow \quad ab \geq 0$$

$$|a+b| < |a| + |b| \quad \leftrightarrow \quad ab < 0$$

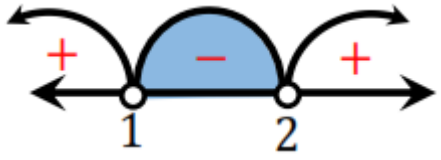
Ejercicios

Resolver

$$\underbrace{|3x-5|}_{a+b} < \underbrace{|x-1|}_{a} + \underbrace{|2x-4|}_{b}$$

Resolución

se cumple si $\quad (x-1)(2x-4) < 0$



$$\therefore CS = \langle 1; 2 \rangle$$

INECUACIONES IRRACIONALES

EXPRESIONES IRRACIONALES

Son expresiones matemáticas donde al menos una de sus variables está afectada por algún radical.

Ejemplos

$$a)\ P(x) = \sqrt{x+1} + \frac{x-3}{x+2}$$

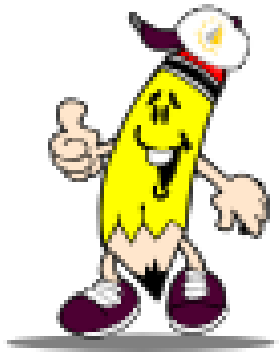
$$b)\ Q(x) = \sqrt{-x} + \frac{1}{x}$$

CONJUNTO DE VALORES ADMISIBLES (C.V.A.)

Es el conjunto de valores que puede tomar la variable de la expresión matemática y que garantice su buena definición en $\mathbb{R}$.

$$\frac{M(x)}{N(x)} \in \mathbb{R} \rightarrow N(x) \neq 0$$

$$\sqrt[par]{N(x)} \in \mathbb{R} \rightarrow N(x) \geq 0$$



INECUACIONES IRRACIONALES

Ejercicio

Halle el C.V.A. de la expresión:

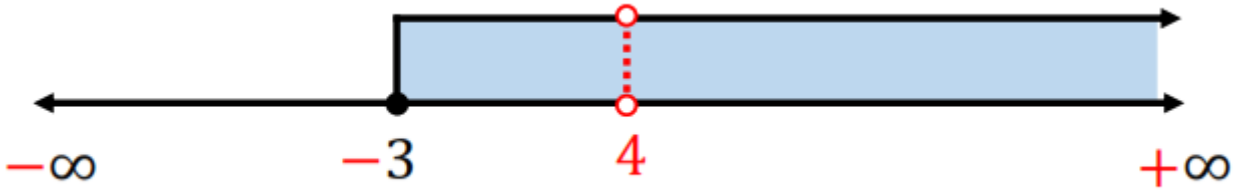
$$P(x) = \sqrt{2x+6} + \frac{\sqrt[3]{-x+2}}{x-4}$$

Resolución

La expresión matemática $P(x)$ esta bien definida en $\mathbb{R}$ si:

$$x - 4 \neq 0 \quad \wedge \quad 2x + 6 \geq 0$$

$$\rightarrow \quad x \neq 4 \quad \wedge \quad \rightarrow \quad x \geq -3$$



$$C.V.A = [-3;\ +\infty\rangle - \{4\}$$

INECUACIONES IRRACIONALES

ECUACIONES IRRACIONALES

Son ecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Ejemplos

* $\sqrt{x-1} = 3x - 13$

* $x - 2 = \sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+1}$

RESOLUCIÓN

1) Elimine los radicales (use la potenciación y/o el cambio de variable).

2) Resuelva la ecuación resultante.

3) Los valores encontrados serán solución si verifican la ecuación inicial (verifique), y finalmente indique el conjunto solución.

INECUACIONES IRRACIONALES

Ejercicio

Resuelva:

$$\sqrt{8-x^2} = 3x - 4$$

Resolución

1) $$\left(\sqrt{8-x^2}\right)^2 = (3x-4)^2$$

$$8 - x^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

2) $$0 = 10x^2 - 24x + 8$$

$$0 = (5x-2)(2x-4)$$

3) $$x = \frac{2}{5} \quad \vee \quad x = 2$$

(NO verifica la ecuación, no es solución) (SI verifica la ecuación, si es solución)

$$\therefore \text{CS} = \{2\}$$

Nota: Las ecuaciones irracionales se resuelven en $\mathbb{R}$.

INECUACIONES IRRACIONALES

Son inecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Ejemplos

* $\sqrt{x-1} \geq 2x-3$ * $x+1 < \sqrt[3]{x^3+1}$

RESOLUCIÓN

1) Halle el CVA.

2) Elimine los radicales (use potenciación y/o cambio de variable), resuelva la inecuación resultante generando el conjunto solución parcial S_p.

3) $C.S. = (CVA) \cap (S_p)$.

INECUACIONES IRRACIONALES

Ejercicio

Resuelva:

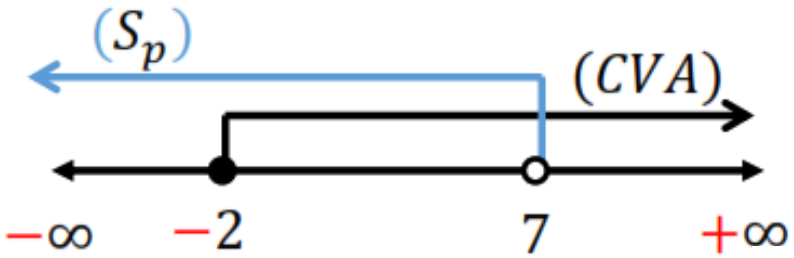
$$\sqrt{x+2} < 3$$

Resolución

1) $x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$ $\quad C.V.A. = [-2: +\infty\rangle$

2) $\sqrt{x+2}^{\,2} < 3^{2} \rightarrow x + 2 < 9 \rightarrow x < 7$ $\quad S_p = \langle -\infty; 7\rangle$

3)



$C.S = [-2: 7\rangle$

$$\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{x-1}} > 2 \qquad x \neq 1$$

Nota En inecuaciones de la forma

$\sqrt[par]{h(x)} < q(x)$ garantizar $q(x) > 0$

$\sqrt[par]{h(x)} \leq q(x)$ garantizar $q(x) \geq 0$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. Si $x \in \langle 2; 7\rangle \rightarrow |x-9| = 9-x$ (V)

II. Si $a > 3 \rightarrow |a-1| = a-1$ (V)

III. Si $n < 5 \rightarrow |n-6| = 6-n$ (V)

A) VFV B) VFF C) FFV

D) VVV E) FFF

SOLUCION

I) $2 < x < 7 \rightarrow -7 < x-9 < -2$

$\rightarrow |x-9| = -(x-9) = 9-x$

II) $a > 3 \rightarrow a-1 > 2$

$\rightarrow |a-1| = a-1$

III) $n < 5 \rightarrow n-6 < -1$

$\rightarrow |n-6| = -(n-6) = 6-n$

2. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. $|x^2-1|=|x-1||x+1|$ (V)

II. $|3nx+n|=n|3x+1|$ (F)

III. $\sqrt{x^2}=x$ (F)

IV. $|x-3|=|3-x|$ (V)

A) FVFV
B) VFFV
C) VVFV
D) VVVF
E) VVVV

SOLUCION

I) $|x^2-1| = |(x+1)(x-1)| = |x+1|.|x-1|$

II) $|3nx+n| = |n(3x+1)| = \underbrace{|n|}_{??}|3x+1|$

III) $\sqrt{x^2} = |x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$

IV) $|x-3| = |-(3-x)| = |-1||3-x| = |3-x|$

$\therefore$ VFFV

3. Dadas las proposiciones

I. Si $f_{(x)} = |x - \sqrt{7} - 4| \rightarrow f_{(x)} = |\sqrt{7} + 4 - x|$ (V)

II. Si $P_{(x)} = \dfrac{|x^3 - 1|}{x^2 + x + 1} \rightarrow P_{(x)} = |x - 1|$ (V)

III. Sea $f_{(x)} = \sqrt{x^2} + \sqrt[4]{x^4} \rightarrow f_{(x)} = 2|x|$ (V)

IV. Sea $h_{(x)} = \dfrac{|5x - 5|}{|3x - 3|} \rightarrow h_{(x)} = \dfrac{5}{3}, \forall\, x \neq 1$ (V)

indique el número de proposiciones correctas.

A) 1 B) 3 C) 5

D) 4 E) 2

SOLUCION

I) $f(x) = |x - \sqrt{7} - 4| = |-1(\sqrt{7} + 4 - x)| = |-1||\sqrt{7} + 4 - x|$

$\rightarrow f(x) = |\sqrt{7} + 4 - x|$

II) $P(x) = \dfrac{|x^3 - 1|}{x^2 + x + 1} = \dfrac{|(x-1)(x^2 + x + 1)|}{x^2 + x + 1} = \dfrac{|x-1||x^2 + x + 1|}{x^2 + x + 1}$

$\overset{+}{\Delta < 0}$

$P(x) = \dfrac{|x-1|\cancel{(x^2 + x + 1)}}{\cancel{x^2 + x + 1}} = |x - 1|$

III) $f(x) = \sqrt{x^2} + \sqrt[4]{x^4} = |x| + |x| = 2|x|$

IV) $h(x) = \dfrac{|5x - 5|}{|3x - 3|} = \dfrac{|5(x-1)|}{|3(x-1)|} = \dfrac{5|x-1|}{3|x-1|} = \dfrac{5}{3}$; $x - 1 \neq 0 \rightarrow h(x) = \dfrac{5}{3}$; $x \neq 1$

4. Dada la expresión matemática

$$f_{(x)} = \frac{|x^2 - 16|}{|x+4|} \quad \forall\, x \geq 7$$

halle la variación de f.

A) $[3; +\infty\rangle$ B) $[0; +\infty\rangle$ C) $[7; +\infty\rangle$

D) $\left[\frac{7}{3}; +\infty\right\rangle$ E) $[2; +\infty\rangle$

SOLUCION

$x \geq 7$ (-4 no es tomado por x)

$$f(x) = \frac{|x^2-16|}{|x+4|} = \left|\frac{x^2-16}{x+4}\right| = \left|\frac{\cancel{(x+4)}(x-4)}{\cancel{x+4}}\right|$$

$\rightarrow f(x) = |x-4|; \quad x \geq 7$

como $x \geq 7$

$x - 4 \geq 3$

Tomar V.A $\Rightarrow \underbrace{|x-4|}_{f(x)} \geq |3|$

$\therefore f(x) \in [3; +\infty\rangle$

5. Dada la ecuación $|x^2-x-7|=5$

Si x_i es una solución de la ecuación para $i=1; 2; 3; ...; n$, donde n es el número de soluciones, determine $\sum_{i=1}^{n}|x_i|$.

A) 10 B) 7 C) 12
D) 8 E) 15

SOLUCION

$|x^2-x-7|=5$

por teorema:

$x^2-x-7=-5 \vee x^2-x-7=5$

$x^2-x-2=0 \vee x^2-x-12=0$

$(x-2)(x+1)=0 \vee (x-4)(x+3)=0$

$x_1=2 \vee x_2=-1 \vee x_3=4 \vee x_4=-3$

Se observa que $n=4$, se pide:

$\sum_{i=1}^{4}|x_i| = |x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4| = |2|+|-1|+|4|+|-3| = \boxed{10}$

6. Luego de resolver la ecuación

$$\left|\frac{2x-5}{1+x}\right| = \frac{x}{1+|x|}$$

determine el producto de soluciones.

A) 17/5 B) 20/3 C) 25/3
D) 1 E) 27/5

SOLUCION

$$\underbrace{\left|\frac{2x-5}{1+x}\right|}_{(+)} = \frac{x}{\underbrace{1+|x|}_{+}} \to +$$

$x>0$

Analizando: $\underline{x>0}$ ..... U

$$\frac{|2x-5|}{\underbrace{|1+\underbrace{x}_{+}|}_{+}} = \frac{x}{1+x} \to \frac{|2x-5|}{\cancel{1+x}} = \frac{x}{\cancel{1+x}} \to |2x-5| = x$$, por teorema:

$2x-5=-x \vee 2x-5=x$

$3x=5$ $\quad x=5$ ✓

$x=\frac{5}{3}$ ✓ ambas cumple con el U

$\therefore CS=\left\{\frac{5}{3};5\right\}$

7. Determine la suma de los cuadrados de las soluciones.

$-(x-3)$

$x^2-6x+15-5|x-3|=0$

A) 70 B) 51 C) 62 D) 60 E) 55

SOLUCION

1° MÉTODO

i) $x-3<0 \rightarrow x<3$:

$x^2-6x+15+5(x-3)=0$

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x=0 \vee x=1$ ✓ ✓

ii) $x-3\geq 0 \rightarrow x\geq 3$

$x^2-6x+15-5(x-3)=0$

$x^2-11x+30=0$

$x \quad -5$

$x \quad -6$

$x=5 \vee x=6$ ✓ ✓

$|x|=\begin{cases} -x; & x<0 \\ x; & x\geq 0 \end{cases}$

$\therefore 0^2+1^2+5^2+6^2=62$

2° MÉTODO

$\underbrace{x^2-6x+9}_{(x-3)^2}+6-5|x-3|=0$

$\rightarrow |x-3|^2-5|x-3|+6=0$ ✓

$|x-3| \quad -3$

$|x-3| \quad -2$

$(|x-3|-3)(|x-3|-2)=0$

$|x-3|=3 \vee |x-3|=2$

$x-3=-3 \vee x-3=3 \vee x-3=-2 \vee x-3=2$

$\rightarrow x=0 \vee x=6 \vee x=1 \vee x=5$

$\therefore 0^2+6^2+1^2+5^2=62$

8. Resuelva la siguiente ecuación:

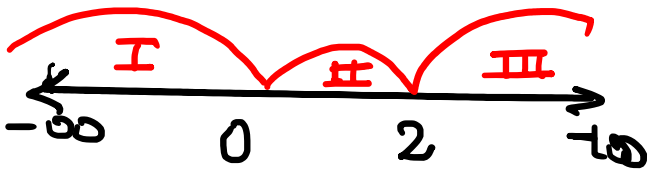
$|x-2|+|x|=4$

Luego determine la suma de soluciones.

A) 2 B) 3 C) 1
D) 0 E) 4

SOLUCION

Aplicando MÉTODO DE ZONAS:



I) $x<0$:

$-x+2-x=4$

$\boxed{x=-1}$ ✓ ... S_1

II) $0\leq x\leq 2$:

$-x+2+x=4$

$2=4$ (absurdo)

$\boxed{x\in\phi}$ --- S_2

III) $x>2$

$x-2+x=4$

$2x=6 \rightarrow \boxed{x=3}$ ✓ ... S_3

$CS = S_1 \cup \underbrace{S_2}_{\phi} \cup S_3 = S_1 \cup S_3$

$\therefore CS=\{-1;\ 3\}$

9. Dada la ecuación $|2x+a|=|x-3|$ indique la secuencia correcta del valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Si $a=3$, la ecuación tiene única solución. (F)

II. Si $a>3$, una solución es positiva y la otra negativa (F)

III. Si $a<3$, la ecuación tiene dos raíces reales. (V)

A) FVV
B) FFV
C) VVV
D) VVF
E) FVV

SOLUCION

$$|2x+a|=|x-3|$$

por teorema:

$$(2x+a+x-3)(2x+a-x+3)=0$$

$$(3x+a-3)(x+a+3)=0$$

$$x_1=\frac{3-a}{3} \vee x_2=-a-3$$

I) si $a=3$: $x_1=0 \vee x_2=-6 \rightarrow CS=\{0,-6\}$

II) si $a>3$: $x_1<0 \vee x_2<0$

III) si $a<3$: $x_1>0 \vee x_2<0 \rightarrow x_1 y x_2 \in \mathbb{R}$

$\therefore$ FFV (B)

10. Sea $x \in \mathbb{R}$, tal que la distancia entre los números 7 y $(3x-1)$ es 13.
Determine la suma de valores de x.

A) 16 ~~B)~~ $\frac{16}{3}$ C) 17

D) $\frac{17}{3}$ E) 9

SOLUCION

$$|7-(3x-1)|=13$$

$$|8-3x|=13$$

$$\rightarrow 8-3x=-13 \vee 8-3x=13$$

$$21=3x \vee -3x=5$$

$$7=x \vee x=-\frac{5}{3}$$

$$CS=\left\{7;-\frac{5}{3}\right\}$$

$$\therefore 7+\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{16}{3}$$

11. Determine $A \cap B$.

$A = \{x \in \mathbb{R} / |3x-1| > x\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} / |x+5| > -3\}$

A) $\left\langle -\infty; \frac{1}{4} \right\rangle \cup \langle 1; +\infty \rangle$

B) $\left\langle -\infty; \frac{1}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{1}{2}; +\infty \right\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{1}{4}; +\infty \right\rangle$

D) $\langle -\infty; 1 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$

E) $\left\langle -\infty; \frac{1}{4} \right\rangle \cup \langle 1; 2 \rangle$

SOLUCION

$A = \{x \in \mathbb{R} / |3x-1| > x\}$

por teorema:

$3x-1 < -x \vee 3x-1 > x$

$x < \frac{1}{4} \vee x > \frac{1}{2}$

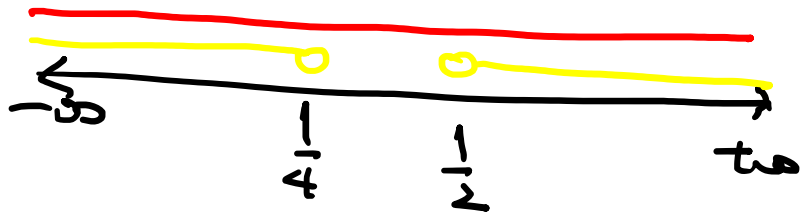
$\rightarrow A = \langle -\infty; \frac{1}{4} \rangle \cup \langle \frac{1}{2}; +\infty \rangle$

$B = \{x \in \mathbb{R} / |x+5| > -3\}$

$x \in \mathbb{R}$

$\rightarrow B = \mathbb{R}$

Luego $A \cap B$



$\therefore A \cap B = A = \langle -\infty; \frac{1}{4} \rangle \cup \langle \frac{1}{2}; +\infty \rangle$

12. Si E es el conjunto solución de la inecuación $3x^2-|8x|-35\geq 0$, determine el complemento de E.

A) $\langle -\infty; -5] \cup [5; +\infty]$
B) $\langle -\infty; -5\rangle \cup \langle 5; +\infty\rangle$
C) $\langle -7; 7\rangle$
D) $\langle -5; 5\rangle$
E) $\langle -\infty; 7] \cup [7; +\infty\rangle$

SOLUCION

$$3|x|^2-8|x|-35\geq 0$$

$$3|x| \quad 7$$
$$|x| \quad -5$$

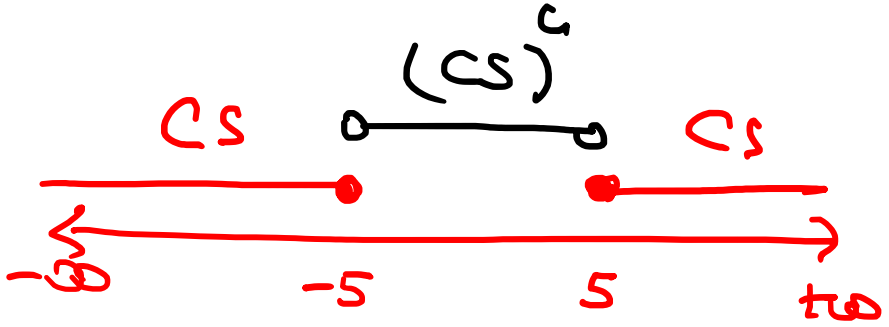
$$\cancel{(3|x|+7)}(|x|-5)\geq 0$$

$$|x|=-\frac{7}{3}$$

$$|x|-5\geq 0$$
$$|x|\geq 5$$

$$x\leq -5 \vee x\geq 5$$

$$CS: x\in \langle -\infty; -5] \cup [5; +\infty\rangle$$



$$\therefore (CS)^c = \langle -5; 5\rangle$$

13. Luego de resolver la inecuación

$|x-2|<2x-6$

indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F). Considere que S es el conjunto solución.

I. $\langle \pi; +\infty\rangle \subset S$ (F)

II. $S \subset \langle 2\pi; +\infty\rangle$ (F)

III. $\langle -\infty; 4] \subset S$ (F)

A) FFV B) FVV ~~C)~~ FFF

D) VVF E) VVV

SOLUCION

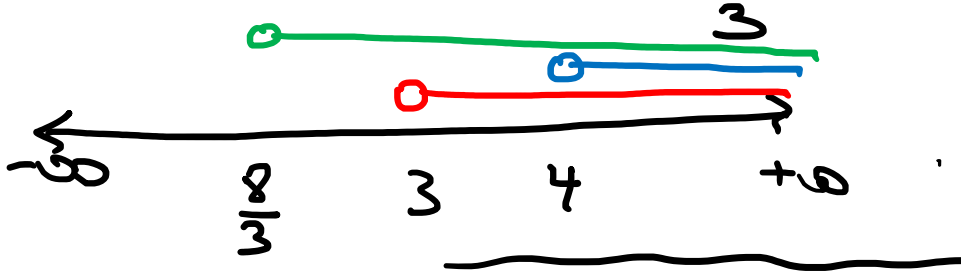
por teorema:

$$|x-2| < \underbrace{2x-6}_{(+)}$$

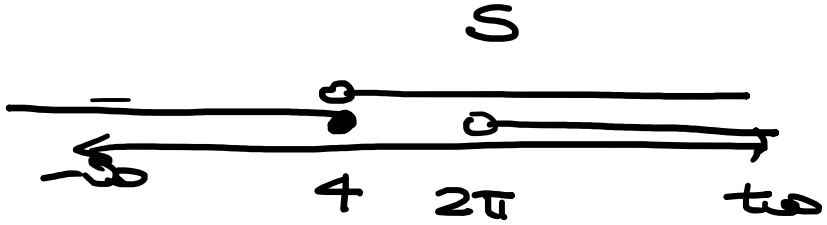
$$2x-6>0 \wedge -2x+6<x-2<2x-6$$

$$x>3 \wedge -2x+6<x-2 \wedge x-2<2x-6$$

$$x>3 \wedge \frac{8}{3}<x \wedge 4<x$$



$$\rightarrow CS = S = \langle 4; +\infty\rangle$$



14. Dados los conjuntos

$A=\{x \in \mathbb{R} / 3 \leq |2x-7| \leq 15\}$

$B=\{x \in \mathbb{R} / |x|<10\}$

determine $A \cap B$.

A) $[-4; 2] \cup [5; 10\rangle$

B) $[-4; 2]$

C) $[-4; 2] \cup [5; 11]$

D) $[5; 10\rangle$

E) $\langle 2; 5\rangle \cup [6; 10]$

SOLUCION

SOLUCION

15. Sea

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} \Big/ \frac{|x+2| - |x+3|}{|x-1| - |x+4|} \geq 0 \right\}$$

¿Cuántos números enteros hay en M^C?

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

UNI 2018 - II

16. Se define el conjunto

$M=\{x \in \mathbb{R} / |2x-3|=n+1; n \in \mathbb{Z}_0^+\}$

Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $M \subset \mathbb{Z} \ \forall n \in \mathbb{Z}_0^+$

II. Si $n=2k, k \in \mathbb{N} \rightarrow M \subset \mathbb{Z}$

III. $\exists n_0 \in \mathbb{N}$, tal que $\text{Card}(M)=1$

A) FVF B) FVV C) VVV

D) VFF E) VVF

SOLUCION

17. Al resolver la ecuación

$$|x^2+kx+k+8|=x^2+kx+k+8$$

se obtiene que el CS = $\mathbb{R}$.

Halle la variación de k.

A) $[-4; 8]$

B) $\langle -4; 8\rangle$

C) $\langle -\infty; -4\rangle \cup \langle 8; +\infty\rangle$

D) $\langle -\infty; -4] \cup [8; +\infty\rangle$

E) $[-8; 4]$

SOLUCION

18. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$|x+a| \geq |x-b|$; a y $b \in \mathbb{R}^+$

A) $\left[\frac{b-a}{2}; +\infty\right\rangle$ B) $\left\langle -\infty; \frac{a-b}{2}\right]$ C) $\left[\frac{a+b}{2}; +\infty\right\rangle$

D) $\left\langle -\infty; \frac{a+b}{2}\right]$ E) $\left[\frac{ab}{2}; +\infty\right\rangle$

SOLUCION

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS